Departamento de Matemáticas

IES Profesor Tierno Galván

1.- Efectúa las siguientes sumas y restas de raices:

$-\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+8\sqrt{2}$ $\quad$ $\sqrt{5}-6\sqrt{3}+8\sqrt{5}-3\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$-2\sqrt{7}+5\sqrt{7}-8\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5\sqrt{7}+7\sqrt{7}$

$5\sqrt{11}-3\sqrt{17}-4\sqrt{11}-9\sqrt{11}+8\sqrt{17}$ $\quad$ $3\sqrt{3}-5\sqrt{3}+7\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$-3\sqrt{2}-4\cdot 3\sqrt{3}-7\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

$\frac{1}{3\sqrt{2}}-2\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\frac{1}{6\sqrt{2}}$ $\quad$ $\frac{3}{2}\sqrt{15}+\frac{2}{3}\sqrt{15}-\frac{1}{6}\sqrt{15}$

$\frac{7}{2}\sqrt{11}-\frac{4}{3}\sqrt{7}-\frac{5}{6}\sqrt{11}+\frac{-9}{4}\sqrt{7}+\sqrt{7}$

$9\sqrt{21}-3\left(\sqrt{21}+8\sqrt{21}\right)-\left(3\sqrt{21}+\sqrt{21}\right)$

$-2\sqrt{21}-2\left(5\sqrt{21}-8\sqrt{21}\right)-\left(\sqrt{21}+\sqrt{21}\right)$

2.- Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:

$3^2\sqrt{5^3a^2b^4}$ $\quad$ $-12\sqrt{2^7a^7}$ $\quad$ $\sqrt{7a^5b^6}$ $\quad$ $\frac{16}{5}\sqrt{\frac{25}{2}}$

$\sqrt{1000\ \ a^5}$ $\quad$ $\sqrt{81\ \ 5^2a^3}$ $\quad$ $4^2\sqrt{16\ \ a^4b^3}$ $\quad$ $\frac{2}{27}\sqrt{3^4a^4b}$

3.- Introduce en los radicales los factores que están fuera de ellos y simplifica cuando sea posible:

$\frac{16}{3}\sqrt{3}$ $\quad$ $\frac{1}{4}b\sqrt{3^3b^3}$ $\quad$ $-7\cdot 11^3\sqrt{2a}$ $\quad$ $b\sqrt[3]{3b}$

$7\cdot a^2\sqrt{b}$ $\quad$ $18\cdot b^2\sqrt{6a}$ $\quad$ $a^2\cdot 11^3\cdot b\ \sqrt{11ab}$ $\quad$ $\frac{20a^3b^5}{7c^3}\sqrt{9c}$

$a^2\cdot b\sqrt[3]{2b}$ $\quad$ $2a^2\cdot 3b\sqrt[3]{3ab}$ $\quad$ $2a^2\cdot 3b\sqrt[3]{2a^2b^2}$ $\quad$ $\frac{a^2}{3b^2}\sqrt[3]{\frac{9b^2}{a^4}}$

4.- Simplifica al máximo las siguientes operaciones con radicales:

$\frac{25\sqrt{2\cdot 81}}{\sqrt{2^6\cdot 3^3}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{7776}}{\left(\sqrt{729}\right)^3}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{18a^3b^2}}{\sqrt{27a^2b}}$ $\quad$ $\frac{7\sqrt{500a^2b}}{9\sqrt{160a^6b}}$

$\frac{-16\sqrt{1000a^3b^5}}{5\sqrt{400a^2b^3}}$ $\quad$ $\frac{8\sqrt{81a^5b^3}}{9\sqrt{128a^4b^2}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[3]{81a^5}}{\sqrt[3]{32a^3b^6}}$ $\quad$ $\frac{4\sqrt[3]{243a^7}}{9\sqrt[3]{64a^4b^5}}$

5.- Calcula:

$\sqrt{\sqrt{625}}$ $\quad$ $\sqrt{4}\sqrt{64}$ $\quad$ $\sqrt{\sqrt{\sqrt{729}}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

6.- Realiza las siguientes operaciones combinadas:

$\sqrt{2}\left(3-4\sqrt{5}\right)$ $\quad$ $\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ $\quad$ $\left(2+3\sqrt{2}\right)\cdot\left(5-\sqrt{2}\right)$

$\left(6+\sqrt{2}\right)\cdot\left(6-\sqrt{2}\right)$

juanma

$(3-2\sqrt{2}) \cdot (4\text{-}3\sqrt{2})$ $\quad (3+2\sqrt{7})^2$ $\quad (-7+\sqrt{11}) \cdot (+7+\sqrt{11})$

$(2-4\sqrt{5}) \cdot (2+4\sqrt{5})$

7.- Racionaliza:

$\frac{2}{\sqrt{7}}$ $\quad \frac{1}{\sqrt{8}}$ $\quad \frac{-17}{2\sqrt{17}}$ $\quad \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

$\frac{1}{5+\sqrt{2}}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{15}}$ $\quad \frac{-2\sqrt{5}}{-2+\sqrt{6}}$

LOGARITMOS

Se llama **logaritmo decimal** de un número **P**, y se designa **log p** , al exponente al que hay que elevar el **10** para obtener **P**:

$$x=\log P \iff 10^x=P$$

Si **a > 0,** se llama **logaritmo en base a** de un número **P**, y se designa $\log_a P$, al exponente al que hay que elevar la base **a**, para obtener **P**:

$$x=\log_a P \iff a^x=P$$

Ejemplos.-

1.- Hallar los siguientes logaritmos reconociendo la potencia correspondiente:

$a)\ \log_2 8 \quad como\ 8=2^3,\ por\ tanto,\ \log_2 8 = \log_2 2^3=3$

$b)\ \log_2 \frac{1}{8} \quad como\ \frac{1}{8}=2^{-3},\ por\ tanto,\ \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3}=-3$

$c)\ \log_5 25 \quad como\ 25=5^2,\ por\ tanto,\ \log_5 25 = \log_5 5^2=2$

$d)\ \log_5 0{,}2 \quad como\ 0{,}2=\frac{1}{5}=5^{-1},\ por\ tanto,\ \log_5 0{,}2 = \log_5 5^{-1}=-1$

Ejercicios.-

Halla los siguientes logaritmos:

$a)\ \log_2 16$ $\quad b)\ \log_2 0{,}5$ $\quad c)\ \log_{10} 100$ $\quad d)\ \log 0{,}001$ $\quad e)\ \log_4 64$

$f)\ \log_3 \frac{1}{27}$ $\quad g)\ \log_2 \sqrt[3]{32}$ $\quad h)\ \log_2 \frac{1}{32}$ $\quad i)\ \log_2 -2$ $\quad j)\ \log_2 1$

2.- Propiedades de los logaritmos

1.- El logaritmo de la base es 1: $\log_a a=1$

2.- El logaritmo de 1 es cero, cualquiera que sea la base: $\log_a 1=0$

3.- El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores:

$$\log_a(P \cdot Q)=\log_a P+\log_a Q$$

4.- El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del numerador menos el del denominador:

$$\log_a\left(\frac{P}{Q}\right)=\log_a P-\log_a Q$$

5.- El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base de la potencia:

$$\log_a P^n=n \cdot \log_a P$$

6.- El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice:

$$\log_a \sqrt[n]{P}=\frac{\log_a P}{n}$$

Ejemplos.-

Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

$a)\ \log x=\log 17+\log 13 \quad \log x=\log 17 \cdot 13=\log 221 \quad x=221$

$b)\ \log x = \log 36 - \log 9 \qquad \log x = \log \frac{36}{9} = \log 4 \qquad x = 4$

$c)\ \log x = 3 \cdot \log 5 \qquad \log x = \log 5^3 \qquad x = 5^3$

$d)\ \log x = \log 12 + \log 25 - 2\log 6 \qquad \log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} = \log \frac{300}{36} \qquad x = \frac{25}{3}$

$e)\ \log x = 4\log 2 - \frac{1}{2}\log 25 \qquad \log x = \log \frac{2^4}{\sqrt{25}} = \log \frac{16}{5} \qquad x = \frac{16}{5}$

Ejemplo.-

Desarrolla todo lo posible las expresiones:

$a)\ \log \frac{a^2\ \sqrt[3]{b^2}}{b\ \sqrt{a}} \quad \left(\log a^2\ \sqrt[3]{b^2}\right) - \left(\log b\ \sqrt{a}\right) = \left(2\log a + \frac{2}{3}\log b\right) - \left(\log b + \frac{1}{2}\log a\right) =$

$2\log a + \frac{2}{3}\log b - \log b - \frac{1}{2}\log a = \frac{3}{2}\log a - \frac{1}{3}\log b$

$b)\ \log \frac{(a^2+b)\cdot c^3}{a^2bc^2} \quad \left(\log\left(a^2+b\right) + \log c^3\right) - \left(\log a^2bc^2\right) = \left(\log\left(a^2+b\right) + \log c^3\right) - \left(2\log a + \log b + 2\log c\right.$

$\log\left(a^2+b\right) + 3\log c - 2\log a - \log b - 2\log c = \log\left(a^2+b\right) - 2\log a - \log b + \log c$

Ejercicios:

1.- Calcula el valor de x para que se verifiquen las igualdades:

$a)\ \log_2 16 = x \qquad b)\ \log_x \frac{1}{81} = 4 \qquad c)\ \log_{\frac{1}{3}} x = -2 \qquad d)\ \log_{\frac{5}{2}} \frac{625}{16} = x$

$e)\ \log_x \sqrt{5} = 3 \qquad f)\ \log_3 \sqrt[5]{9} = x \qquad g)\ \log_2 (x+1) = 5 \qquad h)\ \log_x 81 = -4$

$i)\ \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 81 = x \qquad j)\ \log_x \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \qquad k)\ \log_a \left(a^2\ \sqrt{a}\right) = x \qquad l)\ \log_a \left(\frac{1}{a^2}\right) = x$

$ll)\ \log_x \sqrt[3]{64} = 2 \qquad m)\ \log_5 \left(\frac{1}{125}\right) = x$

2.- Desarrolla todo lo posible las expresiones:

$a)\ \log \frac{a^3\ \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt{a(b+c)^2}} \qquad b)\ \log \frac{(a^2+b)\cdot c^3}{\sqrt{a}\cdot \sqrt[4]{b}}$

3.- Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones sabiendo que log 2 = 0,301

$a)\ \log \sqrt{0{,}4} \cdot \log 200 \qquad b)\ \log \frac{\sqrt{6{,}4}}{25}$

$c)\ \log \left(\sqrt{16} \cdot 3{,}2\right)^3 \qquad d)\ \log \frac{0{,}0625}{80}$

4.- Calcular el valor de las expresiones:

$a)\ \log_2 4 + \log_3 81 + \log_4 64 + \log_6 216$

$b)\ \log 1000 + \log 0{,}001 + \log 0{,}01 + \log 100$

$c)\ \log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} + \log_4 \sqrt[3]{16} + \log_3 \frac{1}{27}$